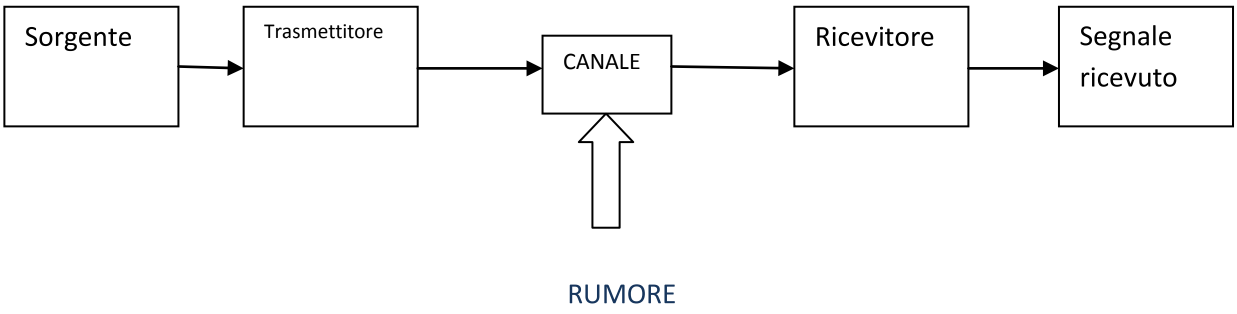
Una teoria unificata della comunicazione

Nella comunicazione supportata da dispositivi elettronici è utile definire la quantità di informazione contenuta in un messaggio. In tal modo è possibile ottimizzare la comunicazione.

Le considerazioni che ne scaturiscono hanno validità ed importanza per qualunque tipo di trasmissione.

La misura della quantità d'informazione contenuta in un messaggio è stata introdotta da Claude Shannon nel suo lavoro " *A Mathematical Theory of Commnication* " pubblicato nel 1949 che ha formalizzato il concetto di comunicazione, quantità d'informazione, efficienza e ridondanza di una sorgente che emette un messaggio.



Alcuni aspetti del lavoro di C. Shannon [1]:

- ✓ le sorgenti di informazione ed il rumore (sempre presente nei sistemi trasmissivi) sono trattati separatamente rispetto al sistema di comunicazione;
- ✓ le sorgenti (segnale e rumore) sono viste in modo probabilistico
- ✓ viene proposto un approccio statistico per lo studio di un sistema trasmissivo e valutata l'incertezza associata alla trasmissione del messaggio. (Superando, quindi, l'approccio deterministico utilizzato per la ricostruzione dei segnali analogici deteriorati dalla trasmissione)

- ✓ L'informazione rappresenta la misura della imprevedibilità del messaggio. Un messaggio prevedibile ha poco contenuto informativo. Se di una lettera conoscessimo già il contenuto

[1] Altri ricercatori avevano già proposto dei procedimenti per ottimizzare la trasmissione. Morse aveva proposto il suo codice a punto e linea dove le lettere più frequenti sono rappresentate da stringhe più brevi e Hartley che negli anni '20 propone una formula log

potremmo non leggerla ... . Per esempio la quantità di informazione associata dalla generazione casuale di lettere da una testiera è sicuramente maggiore di quella associata alla generazione di lettere che formano parole di senso compiuto ed appartenenti al dizionario. In questo secondo la prevedibilità della parola al susseguirsi dei caratteri generati diminuisce l'informazione fornita.

- ✓ Shannon affronta il problema della trasmissione di una informazione discreta formata da simboli (per esempio l'alfabeto, segni di interpunzione, le cifre decimali ..) e si pone il problema del numero minimo di “informazioni elementari" denominate "bit" [2]. Il numero minimo di bit che rappresenta l'informazione definisce l'ENROPIA della sorgente [3]

- ✓ In realtà inizialmente erano stati studiati solo segnali analogici e molte soluzioni relative alla tecniche di trasmissione erano affidate a soluzioni circuitali che dovevano provvedere ad ottimizzare il segnale da trasmettere e ricevere

Per Shannon era necessario misurare la quantità d'informazione di un messaggio: il grado di ignoranza del ricevitore era equiparabile al disordine del sistema ed è proprio la quantità d'informazione che fa passare il ricevitore da uno stato di incertezza ad uno stato di conoscenza.

In altre parole l'ENTROPIA è la misura del grado di complessità di una sorgente quindi è la quantità di incertezza (o informazione presente) di un segnale aleatorio

Data una sorgente che emette simboli aleatori quanto maggiore sarà la capacità di prevedere i simboli successivi, tanto minore sarà l'entropia dell'informazione trasmessa

L'ENTROPIA [bit/simbolo] è la grandezza che indica il tasso di informazione propria del messaggio utile per poterlo trasmettere in maniera efficiente.

In altre parole l'ENTROPIA indica l'incertezza con cui viene generato un messaggio rispetto alla totalità dei messaggi possibili

Il modello di comunicazione di Shannon fornisce anche la velocità massima (velocità di canale C) con cui può essere trasmesso il segnale [bit/sec] in modo affidabile

C = 2B [canale non rumoroso] $C = B\log_2\sqrt{(1+\frac{S}{N})}$ [canale rumoroso]

C = capacità di canale [bit/sec] ;
B = larghezza di banda del canale [Hz];
S/N = rapporto segnale rumore

---

[2] In realtà il termine "bit" era già stato utilizzato da John Tukey in una relazione [Danil Tse Quanta Magazine - Le Scienze]
Von Neumann consigliò Shannon di chiamare la nuova grandezza "entropia" e non"informazione " così motivando la sua idea:"La funzione di incertezza è già nota nella meccanica quantistica con quel nome. In secondo luogo, e cosa più importante, nessuna sa cosa sia con certezza l'entropia , così in una discussione sarai sempre in vantaggio. [fonte della citazione]

[3] La circostanza che una sorgente casuale non potesse essere rappresentata da un numero di bit inferiore alla sua entropia era implicito nella definizione statistica di "entropia" di John VonNeumann [wikipedia // la comunicazione.it]

ESEMPIO 1

Per trasmettere sequenze di 5 simboli appartenenti ad un alfabeto di 21 lettere si possono avere 21^5 = 4.084.101 sequenze equiprobabili per rappresentare le quali servono 22 bit [2^{22}= 4.194.304 . L'ENTROPIA sarà di 22 bit/sequenza che è la sequenza minima per trasmettere le singole sequenze senza perdita d'informazione

ESEMPIO 2

Per trasmettere sequenze appartenenti ad un alfabeto di 21 simboli è possibile seguire una strada diversa: Per rappresentare ogni simbolo di 5 lettere servono 5 bit [2^5 = 32, cioè con 5 bit si possono rappresentare 32 simboli). Quindi per rappresentare sequenza di 5 simboli servono 25 bit.

Questa soluzione sembra meno conveniente della precedente, ma è certamente più flessibile perchè la trasmissione non è legata alla emissione delle sole sequenze con 5 simboli

In realtà lo studio della misura dell'informazione associato alla trasmissione di un messaggio deve tener conto di questi elementi:

- le sequenze non sono equiprobabili
- della correlazione tra simboli (sistemi con memoria, cioè con simboli non indipendenti - esempio: nella lingua italiana la lettera "q" è sempre seguita dalla lettera "u" tranne che nella parola soqquadro.)
- della ridondanza del linguaggio
- del rumore che limita la capacità di canale C [H <C].

APPROFONDIMENTI - Il modello matematico

I(Si) informazione associata al generico simbolo S
P(i) probabilità del simbolo S(i)

$$I(S_i) = log\frac{1}{p_i}$$

Informazione associata al generico simbolo S(i) con probabilità p(i) rappresentato in un sistema binario

$$I(S_i) = \log_2\frac{1}{p_i} = -\log_2 p_i$$

Esempio 1 Misura dell'informazione associata al lancio di una moneta. Gli eventi (testa o croce) sono equiprobabili) quindi con una probabilità di 0.5 [la somma della probabilità di tutti gli eventi deve essere 1]
Questo significa che per rappresentare il risultato di un singolo lancio è sufficiente un solo bit in corrispondenza dell'evento testa (1) o croce (0)

$$I(S_i) = \log_2\frac{1}{0.5} = -\log_2 0{,}5 = 1\ bit\ evento$$

Esempio 2 Misura dell'informazione relativo all'estrazione di un simbolo tra 16 simboli equiprobabili

$$I(S_i) = \log_2\frac{1}{\frac{1}{16}} = \log_2 16 = 4\ bit\ evento$$

Esempio 3 Entropia di una sorgente (informazione media) che emette N simboli indipendenti non equiprobabili

Quantità d'informazione associata all'emissione di un singolo simbolo S_i con probabilità p_i

$$I_{Si} = \log_2\frac{1}{p_i}$$

Entropia della sorgente [livello di casualità dei simboli emessi.

$$H = \sum_i p_i I_i = \sum_i p_i \log_2\frac{1}{p_i} = \sum_i -p_i \log_2 p_i$$

Entropia per una emittente di simboli equiprobabili [Hmax]

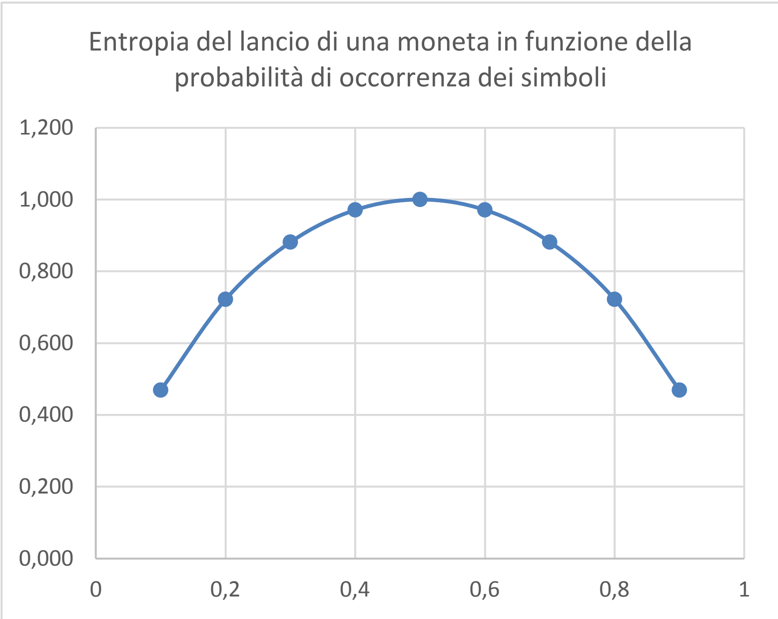
$$H_{MAX} = \sum_i \log_2 N$$

Esempio 5 Entropia di una sorgente continua

$$h(x) = \int p(x) \log_2 p(x) dx$$

Esempio 4 Variazione dell'entropia di 2 simboli non equiprobabili al variare della loro probabilità di occorrenza. [p1 (simbolo 1) + p2 (simbolo 2) = 1]
H rappresenta l'Entropia della sorgente. Questo dato sarà massimo quando i simboli sono equiprobabili

p_1	p_2	H
0,1	0,9	0,469
0,2	0,8	0,722
0,3	0,7	0,881
0,4	0,6	0,971
0,5	0,5	1,000
0,6	0,4	0,971
0,7	0,3	0,881
0,8	0,2	0,722
0,9	0,1	0,469



H Entropia
P1 probabilità di occorrenza del simbolo 1
P2 probabilità di occorrenza del simbolo 2

La formula di H nella teoria della comunicazione è simile a quella data per la termodinamica. In questo senso indica il "disordine" della sorgente

Costruzione di un sistema di trasmissione

Operazioni base:

1. **informazione**: avere qualcosa da trasmettere e che possa eliminare una incertezza nel ricevitore
2. **codifica di sorgente**: attribuire ad ogni simbolo una stringa di bit per eliminare ridondanze ed ottimizzare il codice (ipotesi di Shannon) (ottimizzazione del codice) . Segnali analogici saranno preventivamente digitalizzati. Sono possibili diversi tipi di codifica di linea
3. **codifica di canale**: attribuisce dei bit di ridondanza necessari per la individuazione / correzione degli errori in fase di trasmissione;
4. **codifica di linea** (in banda base o in banda traslata): operazione necessaria per adattare il segnale digitale al canale di trasmissione

Conclusioni

L' analogie dell'Entropia in termodinamica e nella teoria dell'informazione è formale, ma in entrambi i casi indica il "grado di disordine" del sistema in esame.

- ✓ In ambito termodinamico un alto valore dell'entropia indica una diminuzione dell'energia disponibile per compiere lavoro,
- ✓ nel campo della teoria dell'informazione si associa ad un grande valore dell'entropia una grande quantità di informazione perchè quel determinato evento avrà una bassa probabilità di manifestarsi. **ENTROPIA >> INCERTEZZA >> INFORMAZIONE**

Sitografia

MIT Museum 1 MIT Museum2 MIT Museum 3